

Formale Techniken der Software-Entwicklung
Übungsblatt 5
Besprechung am 05.06.2015

Aufgabe 1 wurde aus [1] übernommen und sind daher auf Englisch.

Aufgabe 1:

Let $F(x, y)$ mean that x is the father of y ; $M(x, y)$ denotes x is the mother of y . Similarly, $H(x, y)$, $S(x, y)$, and $B(x, y)$ say that x is the husband/sister/brother of y , respectively. You may also use constants to denote individuals, like 'Ed' and 'Patsy.' However, you are not allowed to use any predicate symbols other than the above to translate the following sentences into predicate logic:

- (a) Everybody has a mother.
- (b) Everybody has a father and a mother.
- (c) Whoever has a mother has a father.
- (d) Ed is a grandfather.
- (e) All fathers are parents.
- (f) All husbands are spouses.
- (g) No uncle is an aunt.
- (h) All brothers are siblings.
- (i) Nobody's grandmother is anybody's father.
- (j) Ed and Patsy are husband and wife.
- (k) Carl is Monique's brother-in-law.

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Formel $\Phi \stackrel{def}{=} \forall x \forall y. Q(g(x, y), g(y, y), z)$. Finden Sie zwei Modelle \mathcal{M} und \mathcal{M}' so dass $\mathcal{M} \models \Phi$ aber $\mathcal{M}' \not\models \Phi$ gilt.

Aufgabe 3:

Gegeben sei der folgende Satz:

$$\Phi \stackrel{def}{=} \forall x \exists y \exists z (P(x, y) \wedge P(z, y) \wedge (P(x, z) \rightarrow P(z, x)))$$

Welche der folgenden Modelle erfüllen Φ ?

- (a) Das Modell \mathcal{M} besteht aus den natürlichen Zahlen mit $P^{\mathcal{M}} \stackrel{def}{=} \{(m, n) | m < n\}$.
- (b) Das Modell \mathcal{M}' besteht aus den natürlichen Zahlen mit $P^{\mathcal{M}'} \stackrel{def}{=} \{(m, 2 * m) | m \in \mathbb{N}\}$.
- (c) Das Modell \mathcal{M}'' besteht aus den natürlichen Zahlen mit $P^{\mathcal{M}''} \stackrel{def}{=} \{(m, n) | m < n + 1\}$.

Literatur

- [1] Michael Huth and Mark Ryan. *Logic in Computer Science: Modelling and reasoning about systems*. Cambridge University Press, 2004.