

Temporale Logik und Zustandssysteme

Aufgabe 1-1

Finden Sie den Mörder

(keine Abgabe)

Tante Agathe wurde in ihrem Haus tot aufgefunden. Nach den bisherigen Ermittlungen gilt folgendes als sicher:

1. Im Haus lebten nur Agathe, ihr Butler und Onkel Charles.
 2. Agathe wurde von einem Hausbewohner getötet.
 3. Wer immer jemanden tötet, hasst sein Opfer.
 4. Der Täter ist niemals reicher als das Opfer.
 5. Charles hasst niemanden, den Agathe hasste.
 6. Agathe hasste alle außer vielleicht den Butler.
 7. Der Butler hasst alle, die nicht reicher als Agathe sind oder die Agathe hasste.
 8. Kein Hausbewohner hasst(e) alle Hausbewohner.
- a) Beschreiben Sie den Stand der Ermittlungen durch eine Menge \mathcal{F} von aussagenlogischen Formeln über einer geeigneten Menge \mathcal{V} von atomaren Aussagen. Beschreiben Sie dabei informell die Bedeutung der Aussagen in \mathcal{V} .
- b) Finden Sie den Täter: Zeigen Sie, dass aus \mathcal{F} eine Formel folgt, welche die Person bestimmt, die Tante Agathe tötete.

Aufgabe 1-2

Allgemeingültige Formeln

(keine Abgabe)

Welche der folgenden Formeln von \mathcal{L}_{PL} sind allgemeingültig? Geben Sie jeweils einen Beweis für die Allgemeingültigkeit an oder eine Belegung, in der die Formel nicht gültig ist.

1. $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$
2. $((A \wedge B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C))$
3. $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(B \rightarrow A)$
4. $(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$
5. $(A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

Aufgabe 1-3

Folgebeziehung

(keine Abgabe)

Wir betrachten die Menge $\mathcal{V} = \{v_i \mid i \in \mathbb{N}_0\}$ von aussagenlogischen Variablen und die Formelmengemenge $\mathcal{F} = \{v_i \rightarrow v_{i+1} \mid i \in \mathbb{N}_0\} \subseteq \mathcal{L}_{PL}(\mathcal{V})$. Zeigen Sie:

1. $\mathcal{F} \models v_i \rightarrow v_j$ für alle $i \leq j \in \mathbb{N}_0$.
2. $\mathcal{F} \models (v_i \wedge \neg v_j) \rightarrow (v_j \rightarrow v_i)$ für beliebige $i, j \in \mathbb{N}_0$.

Aufgabe 1-4

Implikation

(keine Abgabe)

Beweisen oder widerlegen Sie: Für je zwei beliebige Formeln $A, B \in \mathcal{L}_{PL}$ gilt stets entweder $\models A \rightarrow B$ oder $\models B \rightarrow A$.

Besprechung: Montag, 27.10.2003, in der Übung.